

# هوش مصنوعی

## درس دوازدهم: شبکه اعتقادی (Bayesian Network)

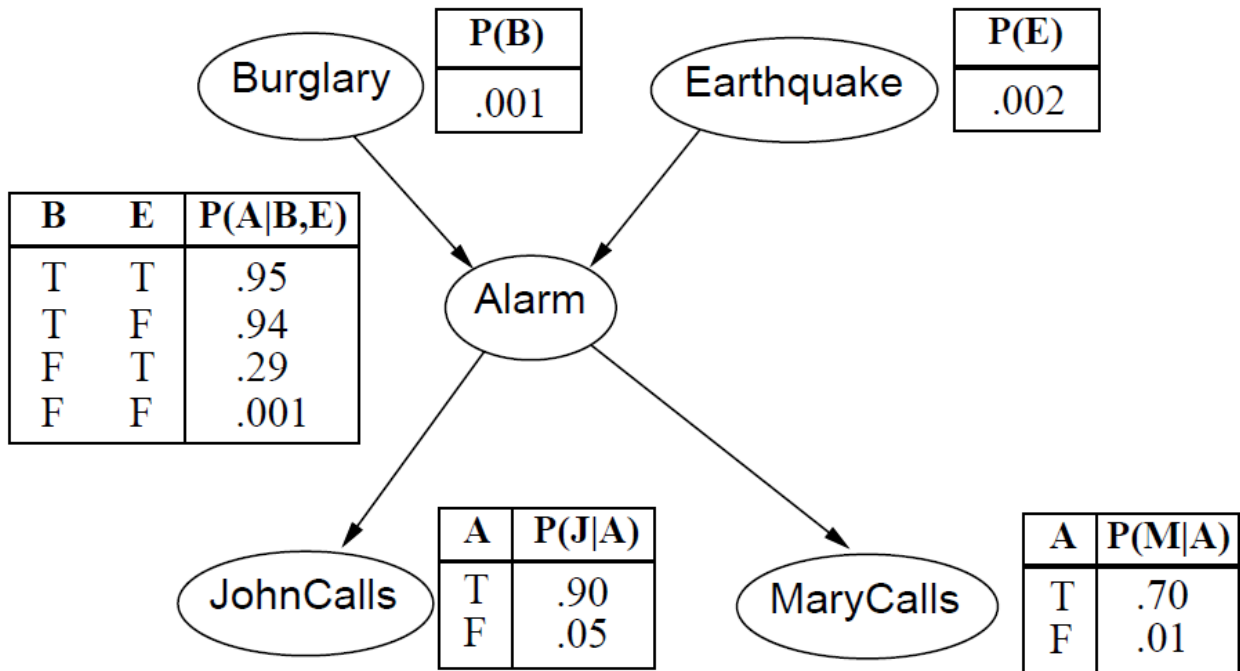
سید کاوه احمدی

## هوش مصنوعی سمبولیک (Symbolic AI)

- از رهیافتی مبتنی بر محاسبات آماری پیروی می کند.
- هوش سمبولیک می کوشد سیستم و قواعد آن را در قالب سمبول ها بیان کند و با نگاشت اطلاعات به سمبول ها و قوانین به حل مسئله پردازد.

– سیستم های خبره (Expert System)

– شبکه های اعتقادی (Bayesian Networks)

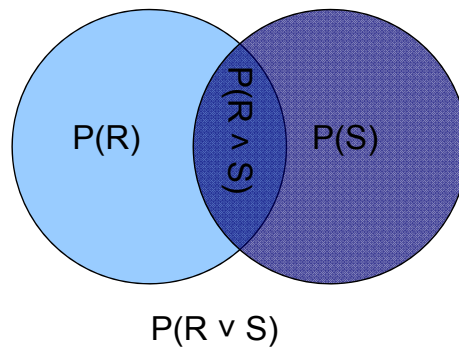


عدم قطعیت

پیش بینی ← عدم قطعیت ← احتمال

– فردا هوا به احتمال ۲۰٪ بارانی و به احتمال ۶۰٪ آفتابی خواهد بود

–  $P(Rainy) = 0.2, P(Sunny) = 0.6$



- $P(R) = 0.2, P(S) = 0.6, P(R \cap S) = 0.01$
- $P(R \cup S) = P(R) + P(S) - P(R \cap S) = 0.79$
- $P(\sim S \cup \sim R) = 1 - P(R \cup S) = 1 - 0.79 = 0.21$
- $P(S \cap \sim R) = P(S) - P(R \cap S) = 0.6 - 0.01 = 0.59$
- $P(\sim S \cap R) = P(R) - P(R \cap S) = 0.2 - 0.01 = 0.19$
- $P(S) = P(S \cap R) + P(S \cap \sim R) = 0.01 + 0.19 = 0.2$
- $P(R) = P(\sim S \cap R) + P(S \cap R) = 0.59 + 0.01 = 0.6$
- $P(\sim x/c) = 1 - P(x/c)$

	S	$\sim S$
R	0.01	0.59
$\sim R$	0.19	0.21

A	B	C	P(A,B,C)
false	false	false	0.1
false	false	true	0.2
false	true	false	0.05
false	true	true	0.05
true	false	false	0.3
true	false	true	0.1
true	true	false	0.05
true	true	true	0.15

- $P(A=true) = \text{sum of } P(A,B,C) \text{ in rows with } A=true$  Sums to 1
- $P(A=true, B=true | C=true) =$   
 $P(A=true, B=true, C=true) / P(C=true)$

## احتمال شرطی

- علم به اینکه پیشامدی رخ داده است، ممکن است در احتمال رخ دادن پیشامدی دیگر تاثیر گذارد:
- احتمال رخ دادن **B** به شرط رخ دادن **A**

$$- P(A|B) = \frac{P(A \wedge B)}{P(B)}$$

– احتمال اینکه هوا بارانی باشد در صورتیکه می‌دانیم آفتابی است:

$$- P(R|S) = \frac{P(R \wedge S)}{P(S)} = \frac{0.01}{0.6} = 0.016$$

## استقلال

- **A** و **B** مستقل هستند اگر

- $P(A, B) = P(A) P(B)$
- $P(A | B) = P(A)$
- $P(B | A) = P(B)$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A)}$$

## نظریه بیز

- A: تب
- B: سرماخوردگی
- ۸۰٪ افرادی که سرما می‌خورند، تب دارند:
- $P(A|B) = 0.8$
- می‌دانیم در زمستان از هر ۱۰۰۰۰ نفر یک نفر سرما می‌خورد و از هر ۱۰۰۰ نفر یک نفر تب می‌کند:
- $P(A) = 0.001$
- $P(B) = 0.0001$
- یک نفر تب دارد، با چه احتمالی سرما خورده است؟
- $P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A)} = \frac{0.8 \times 0.0001}{0.001} = 0.008$

- در شهری از هر ۲۵ نفر یک نفر سیگاری است و ۱/۵ این افراد سیگاری نوجوان هستند. اگر نوجوانان ۱۰٪ افراد این شهر را تشکیل دهند، احتمال سیگاری شدن یک نوجوان در این شهر چقدر است؟

1. ۱/۱۲۵

2. ۸/۱۰۰

3. ۱۰/۱۰۰

4. ۲۰/۱۲۵

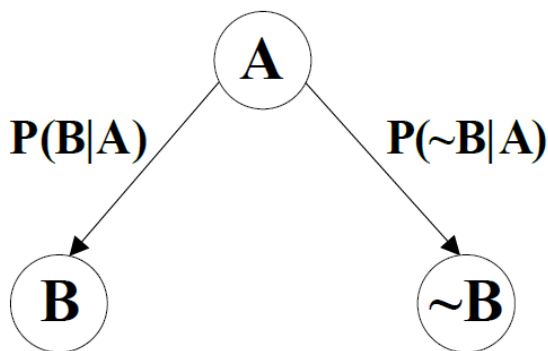
- گزینه ۲ پاسخ است:

$$P(\text{نوجوان بودن} | \text{سیگاری بودن}) = P(\text{سیگاری بودن} | \text{نوجوان بودن}) * P(\text{سیگاری بودن}) / P(\text{نوجوان بودن})$$

$$= (1/5) * (1/25) / (10/100) = 8/100$$

## عامل پزشکی

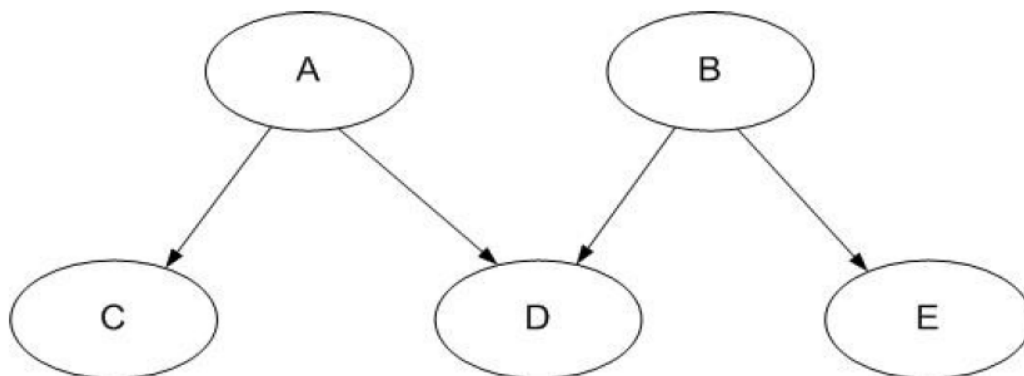
- پارامترهای اساسی:
  - محیط: مطب
  - عامل: پزشک
  - حسگرها: دریافت علائم بیماری
  - عملگرها: تجویز دارو
  - هدف: تشخیص بیماری



- فرض کنید عامل متوجه دمای بالا بدن بیمار می‌شود. دو عمل وجود دارد:
  1. تجویز نسخه سرماخوردگی
  2. تجویز نسخه کاهش تب

## شبکه‌های معنایی (Semantic Nets)

- شبکه معنایی یکی از روش‌های متداول نمایش دانش در هوش مصنوعی است.
  - گراف شبکه معنا، از یک سری گره که به وسیله یال‌ها به هم متصل شده‌اند، ساخته می‌شود.
  - گره‌ها اشیای سیستم و یال‌ها رابطه میان این اشیای را نشان می‌دهند.



## شبکه اعتقادی (شبکه باور یا Bayesian Network)

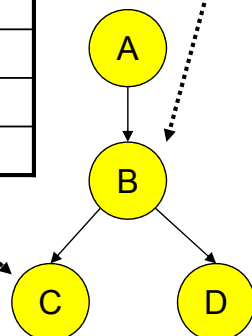
- در یک شبکه ی بیز، هر گره یک سری احتمالات دارد که به آن نسبت داده شده اند. این احتمالات بر اساس مقادیر گره‌هایی محاسبه می شوند که به آن ها وابسته اند.
- $A$  و  $B$  فقط احتمالات  $P(A)$  و  $P(B)$  را دارا هستند (به هیچ گره دیگری وابسته نیستند).
- $C$  به  $A$  وابسته است و احتمالات شرطی زیر را لازم داریم:
  - $P(C|A), P(C|\sim A)$
- $D$  به  $A$  و  $B$  وابسته است و احتمالات شرطی زیر را لازم داریم:
  - $P(D|A \wedge B), P(D|A \wedge \sim B), P(D|\sim A \wedge B), P(D|\sim A \wedge \sim B)$

## جدول احتمال شرطی (Conditional Probability Table)

A	P(A)
false	0.6
true	0.4

A	B	P(B A)
false	false	0.01
false	true	0.99
true	false	0.7
true	true	0.3

B	C	P(C B)
false	false	0.4
false	true	0.6
true	false	0.9
true	true	0.1



- هر گره یک توزیع احتمال شرطی دارد که تأثیر والدین آن را ارزیابی می کند:
  - $P(x_i|Parents(x_i))$
- این احتمالات در جدول احتمال شرطی (CPT) هر نود نشان داده می شود.

B	D	P(D B)
false	false	0.02
false	true	0.98
true	false	0.05
true	true	0.95



# شبکه اعتقادی (شبکه باور یا Bayesian Network)

می‌دانیم:

$$- P(A \wedge B) = P(A, B) = P(B | A) \cdot P(A)$$

خواهیم داشت (Chain Rule):

$$- P(A, B, C, D, E) = P(E | A, B, C, D) \cdot P(A, B, C, D) = \dots = P(E | A, B, C, D) \cdot P(D | A, B, C) \cdot P(C | A, B) \cdot P(B | A) \cdot P(A)$$

ماهیت شبکه‌ی اعتقادی، به ما اجازه می‌دهد که این عبارت را ساده‌تر سازیم

مثلاً می‌دانیم E وابسته به A، C یا D نیست و...

$$- P(A, B, C, D, E) = P(E | B) \cdot P(D | A, B) \cdot P(C | A) \cdot P(B) \cdot P(A)$$

## مثال: احتمال وقوع یک شرط در شبکه باور

با توجه به شبکه باور نشان داده شده، عبارت زیر چنین محاسبه می‌شود:

$$P(A = true, B = true, C = true, D = true)$$

$$= P(A = true) * P(B = true | A = true) *$$

$$P(C = true | B = true) * P(D = true | B = true)$$

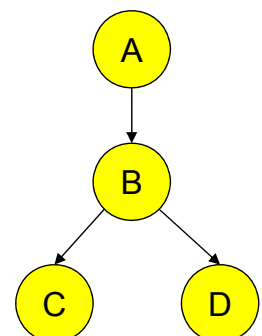
$$= 0.4 * 0.3 * 0.1 * 0.95$$



با توجه به CPT

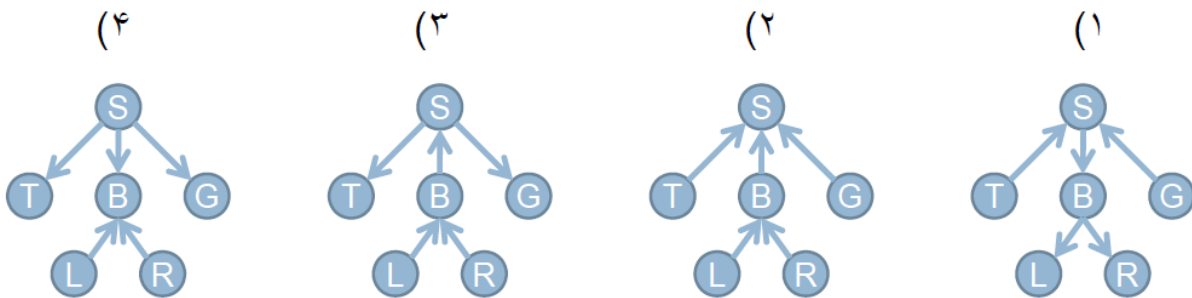


با توجه به ساختار شبکه



## مکاترونیک ۸۷

- فرض کنید بدانیم: «وقتی ماشین روشن نمی‌شود یعنی یا باتری تمام شده یا ماشین بنزین ندارد یا استارت خراب است. روشن ماندن چراغ یا رادیوی ماشین به مدت طولانی منجر به تمام شدن باتری می‌شود.» کدام شبکه باور زیر دانش بیان شده در این سؤال را درست نمایش می‌دهد؟  
S: روشن شدن ماشین، B: کارکردن باتری، G: بنزین داشتن ماشین، L: روشن بودن لامپ در مدت طولانی، R: روشن بودن رادیو در مدت طولانی و T: درست کار کردن استارت

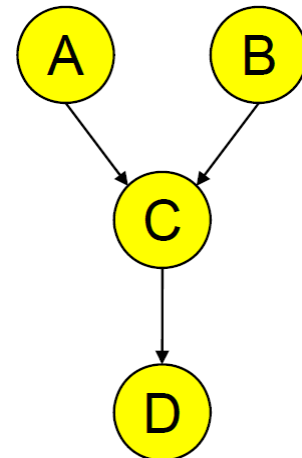


## مکاترونیک ۸۷

- گزینه ۲ پاسخ است.

■ در شبکه بیزین زیر کدام عبارت صحیح می باشد؟

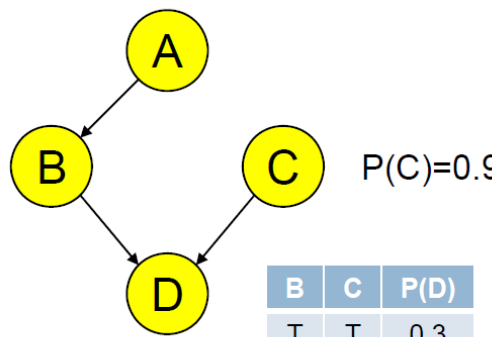
1.  $P(A, B, C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C|A \wedge B) \cdot P(D|C)$
2.  $P(A, B, C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C|A \wedge B)$
3.  $P(A, B, C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$
4.  $P(A, B, C) = \neg P(\neg A, \neg B, \neg C)$



■ گزینه ۲ پاسخ است.

■ در شبکه بیزین زیر احتمال  $P(A, \neg B, D)$  چقدر است؟

A	P(B)
T	0.8
F	0.2



B	C	P(D)
T	T	0.3
T	F	0.3
F	T	0.1
F	F	0.3

1	0.192
2	0.64
3	0.96
4	0.4

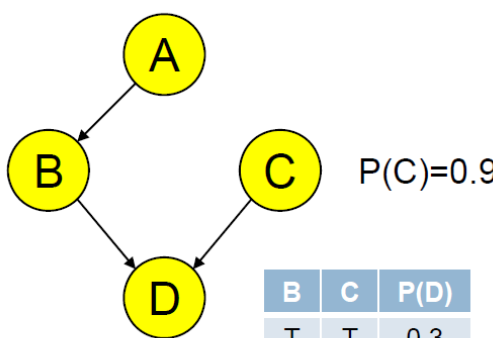
- $$P(A, \neg B, D) = P(A, \neg B, C, D) + P(A, \neg B, \neg C, D)$$

$$= P(A)P(\neg B|A)P(C)P(D|\neg B, C) + P(A)P(\neg B|A)P(\neg C)P(D|\neg B, \neg C)$$

$$= (0.8 * 0.2 * 0.9 * 0.1) + (0.8 * 0.2 * 0.1 * 0.3)$$

$$= 0.0144 + 0.0048 = 0.0192$$

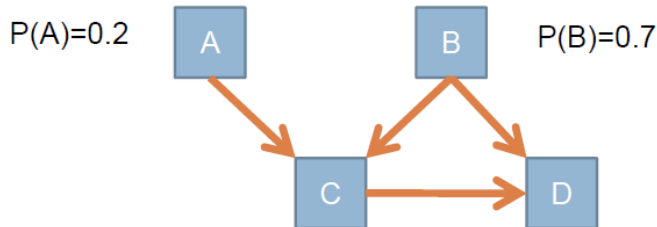
A	P(B)
T	0.8
F	0.2



B	C	P(D)
T	T	0.3
T	F	0.3
F	T	0.1
F	F	0.3

- شبکه بیزین زیر و جداول پیوست را که در آن متغیرهای A تا D بولی هستند در نظر بگیرید. احتمال اینکه C و D هر دو درست و A نادرست باشد چقدر است؟

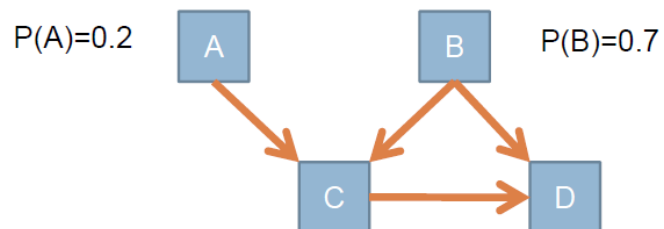
1. 0.0424
2. 0.0280
3. 0.336
4. 0.14



A	B	P(C A,B)
F	F	0.1
F	T	0.5
T	F	0.4
T	T	0.9

B	C	P(D B,C)
F	F	0.8
F	T	0.6
T	F	0.3
T	T	0.1

- $$\begin{aligned}
 P(\neg A, C, D) &= P(\neg A, B, C, D) + P(\neg A, \neg B, C, D) = \\
 &= P(\neg A)P(B)P(C|\neg A, B)P(D|B, C) + P(\neg A)P(\neg B)P(C|\neg A, \neg B)P(D|\neg B, C) \\
 &= (0.8 * 0.7 * 0.5 * 0.1) + (0.8 * 0.3 * 0.1 * 0.6) \\
 &= 0.028 + 0.0144 = 0.0424
 \end{aligned}$$



A	B	P(C A,B)
F	F	0.1
F	T	0.5
T	F	0.4
T	T	0.9

B	C	P(D B,C)
F	F	0.8
F	T	0.6
T	F	0.3
T	T	0.1

- فرض کنید رباتی دارید که برای حمل اشیا سنگین استفاده می‌شود. اگر شی‌ای سنگین‌تر از آستانه تحمل ربات روی آن قرار دهید به احتمال ۸۰٪ چراغ خطر آن روشن می‌شود. در غیر اینصورت فقط ۱۰٪ احتمال روشن شدن چراغ خطر هست. روشن شدن چراغ خطر در ۹۰٪ موارد منجر به خاموش شدن موتور ربات می‌شود. در ۲٪ موارد ممکن است بدون روشن شدن چراغ، موتور ربات خاموش شود. اگر فقط ۱۰٪ اشیا قابل حمل سنگین‌تر از آستانه تحمل ربات باشند احتمال اینکه بعد از گذاشتن شی روی ربات چراغ روشن نشود ولی موتور خاموش شود چقدر است؟

1. 0.04%

2. 1.66%

3. 2%

4. 0.81%

- احتمال اینکه چراغ روشن نشود ولی موتور خاموش شود:

– A: احتمال سنگین بودن شی

– B: احتمال روشن شدن چراغ

– C: احتمال خاموش شدن موتور

–  $P(B|A) = 0.8$

–  $P(B|\sim A) = 0.1$

–  $P(C|B) = 0.9$

–  $P(C|\sim B) = 0.02$

–  $P(A) = 0.1$

- B به A وابسته است و C به B

$$P(C, \sim B) = P(C|\sim B)P(\sim B|A)P(A) + P(C|\sim B)P(\sim B|\sim A)P(\sim A) = (0.02 \times 0.2 \times 0.1) + (0.02 \times 0.9 \times 0.9) = 1.66\%$$

جواب ۸) هر ایستای سمت راست را با سمت چپ آن همگام می‌کنیم و در هر ایستای چپ یک قطار می‌آید.

جیم قطار است و چراغ خاموش می‌ماند  $A=2: \frac{2}{100}$   $\Rightarrow$  جیم سبیل است و چراغ روشن می‌شود  $A=9: \frac{9}{100}$

بیم یک ایستای چپ است و چراغ روشن می‌شود  $B=1: \frac{1}{100}$

روشن شدن چراغ خطر منجر به خاموش شدن موتور می‌شود  $C=9: \frac{9}{100}$

چندین روشن شدن چراغ موتور خاموش می‌شود  $D=2: \frac{2}{100}$

ایستای سمت راست خاموش می‌ماند  $E=2: \frac{2}{100}$   $\Rightarrow$  ایستای سمت چپ خاموش می‌ماند  $E=9: \frac{9}{100}$

از ایستای B  $\frac{9}{100} \times 1\% = \frac{9}{10000}$   $\Rightarrow$  ۸۱  $\frac{81}{10000}$   $\Rightarrow$  ۸۱٪

از ایستای E  $\frac{1}{100} \times 2\% = \frac{2}{10000}$   $\Rightarrow$  ۲٪

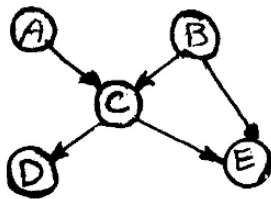
$81\% + 2\% = 83\%$

موتور خاموش می‌ماند  $D=2: \frac{2}{100}$  از ایستای چپ خاموش است (مباردین)  $83\%$

$83\% \times 2\% = 1.66\%$   $\Rightarrow$  جواب نهایی

## آی تی ۹۲

برای شبکه بییزین (Bayesian network) روبه‌رو، احتمال  $P(A, B, C, D, E)$  برابر کدام است؟



(۱)  $P(C|A, B)P(E|B, C)P(D|C)$

(۲)  $P(C|D, E)P(B|C, E)P(A|C)$

(۳)  $P(A)P(B)P(C|A, B)P(D|C)P(E|C, B)$

(۴)  $P(D)P(E)P(C|D, E)P(B|C, E)P(A|C)$

گزینه ۳ پاسخ است.

C به A و B، E به C و B، D به C وابسته است

اگر در یک جامعه ۲۰٪ مردم چاق (FAT) هستند در همان جامعه ۸٪ مردم دارای مرض قند (Diabetes) می‌باشند. همچنین ۳۰٪ افراد چاق دارای مرض قند می‌باشند بر اساس قوانین توماس بیز (Bayesian)، چند درصد از مردم هم چاق هستند و هم مرض قند دارند؟

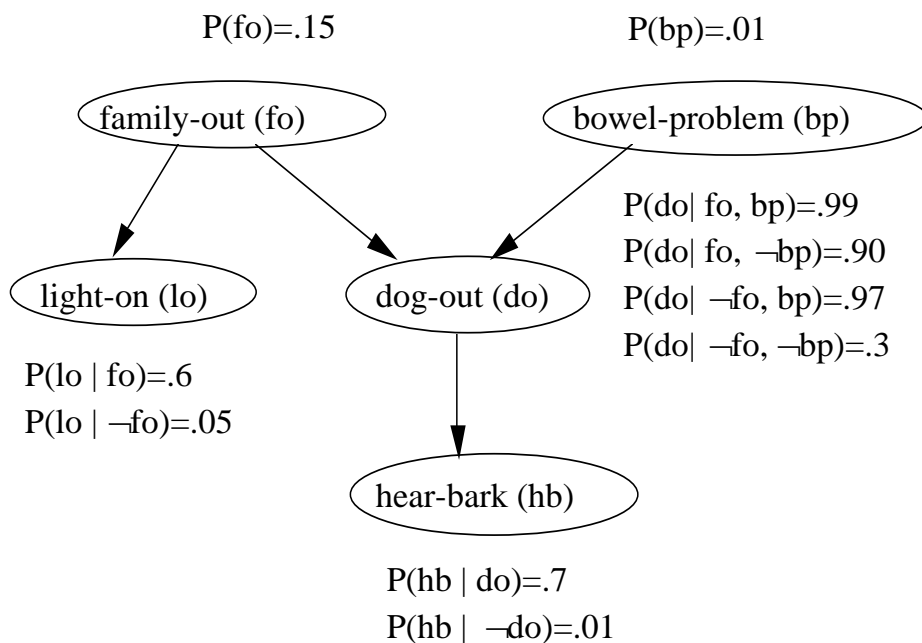
- ۶ (۱)
- ۷/۵ (۲)
- ۱۵ (۴)
- ۶۰ (۳)

گزینه ۱ پاسخ است.

$$\begin{aligned}
 P(F) &= 0.2 \\
 P(D) &= 0.08 \\
 P(D|F) &= 0.3 \\
 P(D \wedge F) &= ?
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(D|F) &= P(D \wedge F) / P(F) \\
 0.3 &= P(D \wedge F) / 0.2 = 6\%
 \end{aligned}$$

تمرین



$P(FO | \neg lo, do, hb) = ?$



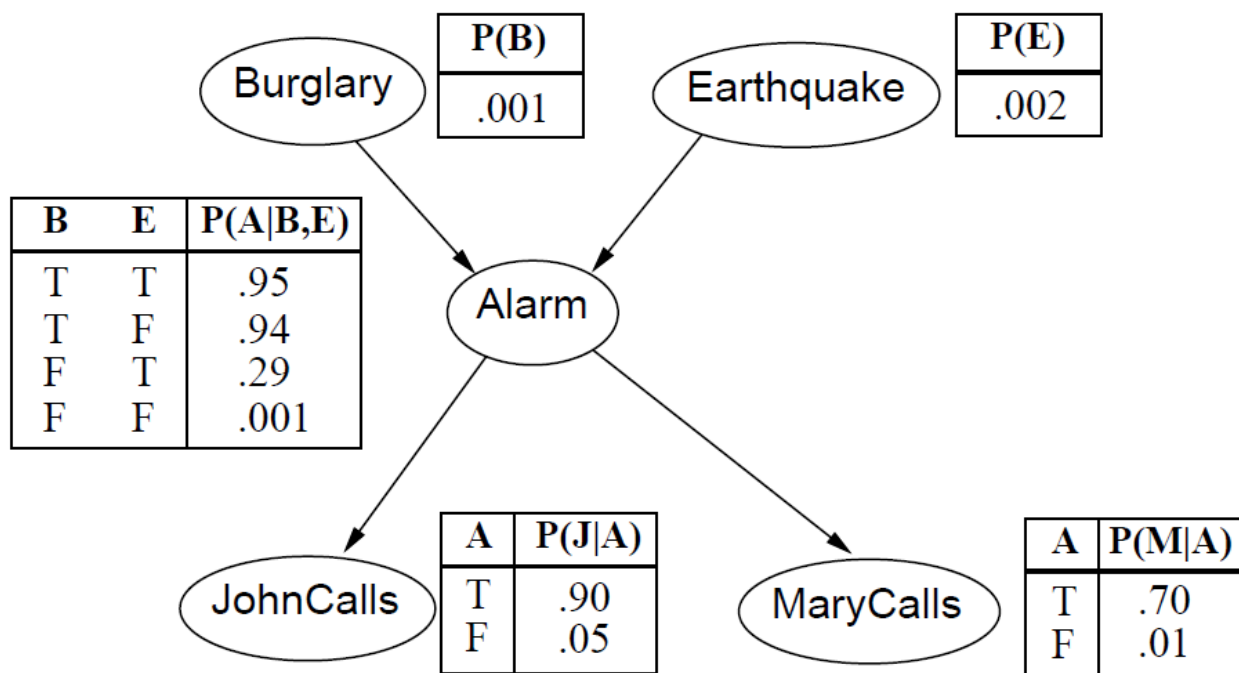
- با استفاده از نرم افزار Netica می توان Bayesian Belief Network و Influence Diagramها را رسم کرد و جداول احتمال را تشکیل داد.

## ایجاد شبکه بیز

- تا به اینجا فرض بر این بود که یک انسان خبره ساختار شبکه را ایجاد کرده است.  
— کامپیوتر چگونه می تواند یک ساختار بسازد؟ (با در اختیار داشتن یک مجموعه رویدادهای رخ داده شده)

- I'm at work, neighbor John calls to say my alarm is ringing, but neighbor Mary doesn't call. Sometimes it's set off by minor earthquakes. Is there a burglar?
- Variables: *Burglary*, *Earthquake*, *Alarm*, *JohnCalls*, *MaryCalls*
- Network topology reflects "causal" knowledge:
  - A burglar can set the alarm off
  - An earthquake can set the alarm off
  - The alarm can cause Mary to call
  - The alarm can cause John to call

▪ ساختار منطقی

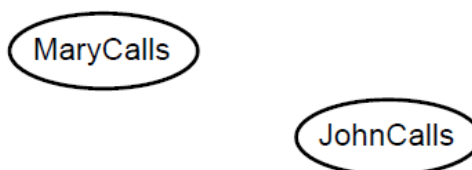


1. Choose an ordering of variables  $X_1, \dots, X_n$
2. For  $i = 1$  to  $n$ 
  - add  $X_i$  to the network
  - select parents from  $X_1, \dots, X_{i-1}$  such that
 
$$\mathbf{P}(X_i | \text{Parents}(X_i)) = \mathbf{P}(X_i | X_1, \dots, X_{i-1})$$
 i.e.,  $X_i$  is conditionally independent of other variables given parents

This choice of parents guarantees the global semantics:

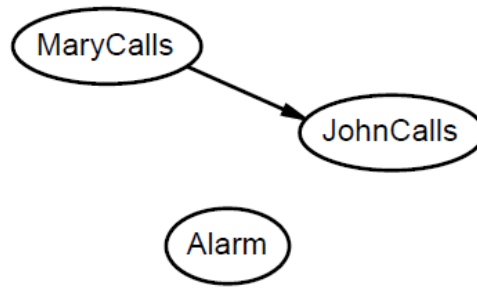
$$\begin{aligned} \mathbf{P}(X_1, \dots, X_n) &= \prod_{i=1}^n \mathbf{P}(X_i | X_1, \dots, X_{i-1}) \quad (\text{chain rule}) \\ &= \prod_{i=1}^n \mathbf{P}(X_i | \text{Parents}(X_i)) \quad (\text{by construction}) \end{aligned}$$

Suppose we choose the ordering  $M, J, A, B, E$



$$P(J|M) = P(J)?$$

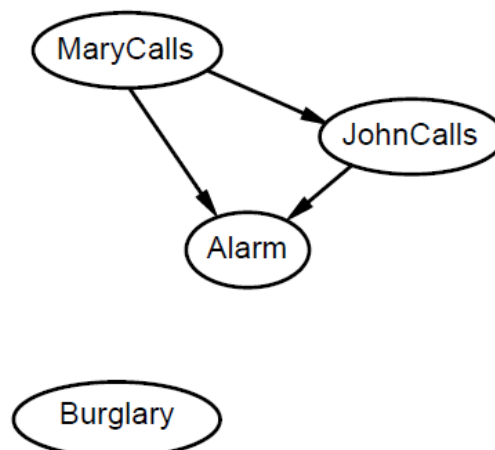
Suppose we choose the ordering  $M, J, A, B, E$



$P(J|M) = P(J)$ ? No

$P(A|J, M) = P(A|J)$ ?  $P(A|J, M) = P(A)$ ?

Suppose we choose the ordering  $M, J, A, B, E$



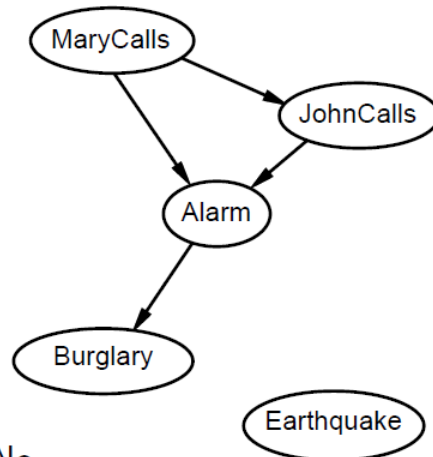
$P(J|M) = P(J)$ ? No

$P(A|J, M) = P(A|J)$ ?  $P(A|J, M) = P(A)$ ? No

$P(B|A, J, M) = P(B|A)$ ?

$P(B|A, J, M) = P(B)$ ?

Suppose we choose the ordering  $M, J, A, B, E$



$P(J|M) = P(J)$ ? No

$P(A|J, M) = P(A|J)$ ?  $P(A|J, M) = P(A)$ ? No

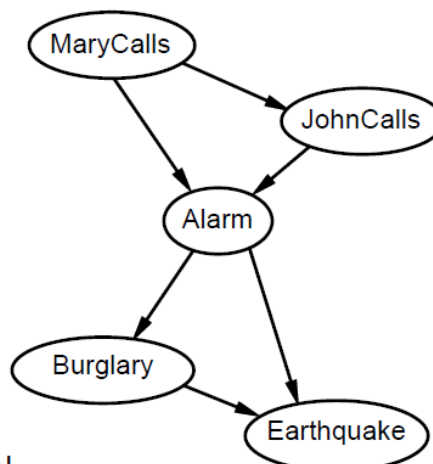
$P(B|A, J, M) = P(B|A)$ ? Yes

$P(B|A, J, M) = P(B)$ ? No

$P(E|B, A, J, M) = P(E|A)$ ?

$P(E|B, A, J, M) = P(E|A, B)$ ?

Suppose we choose the ordering  $M, J, A, B, E$



$P(J|M) = P(J)$ ? No

$P(A|J, M) = P(A|J)$ ?  $P(A|J, M) = P(A)$ ? No

$P(B|A, J, M) = P(B|A)$ ? Yes

$P(B|A, J, M) = P(B)$ ? No

$P(E|B, A, J, M) = P(E|A)$ ? No

$P(E|B, A, J, M) = P(E|A, B)$ ? Yes

- پس از ساخت یک شبکه بیزی، نیاز است که یک سری از مقادیر احتمال از مدل طراحی شده استخراج شود.